ЗАВИСИМОСТ НА ТЕКУЩИЯ МАСОВ ПРИРАСТ ОТ ЕДНОВРЕМЕННОТО КОМПЛЕКСНО ВЛИЯНИЕ НА ВЪЗРАСТТА И КРЪГОВАТА ПЛОЩ НА БЕЛБОРОВИТЕ НАСАЖДЕНИЯ

Евгени Димитров[1], Явор Порязов[1], Тома Тончев[1], Ивайло Марков[2], Илко Добричов[1], Гено Пеев[2]
[1] Лесотехнически университет, София
[2] Институт за гората, Българска академия на науките, София

Резюме

Зависимостта на процента на текущия масов прираст от едновременното комплексно влияние на средната възраст и средната кръгова площ се изрази по бонитети с три конкуриращи се полинома (модели). Най-добри резултати се получиха с хиперболичния многофакторен модел (2). Множествено-корелационните коефициенти за I и III бонитет са големи (R_y>0,8), а за Ia, II и IV бонитет са много големи (R_y>0,9). Стандартната оценка на грешка за петте бонитета е в границите от 0,545 (за IV бонитет) до 0,701 (за I бонитет). Множествено-корелационните и регресионни коефициенти са значими, а моделът е адекватен. Най-голямо влияние върху процента на текущия масов прираст оказва кръговата площ на хектар (x_5), следван от средната възраст (x_1). От фигури 1-4 е видно, че прирастните коефициенти при всеки бонитет намаляват с нарастване на възрастта и кръговата площ на хектар. Те намаляват при една и съща възраст от добрите към лошите бонитети.

Ключови думи: бял бор, процент на текущ масов прираст, многофакторен регресионен анализ, хиперболичен модел.
Key words: Scots pine, percent of current volume increment, multiple regression analysis, hiperbolic model.

JEL: Q23.

Увод

От самото заглавие се разбира, че се търси зависимост между текущия масов прираст, изразен чрез неговия процент с възрастта и кръговата площ на хектар на белборови насаждения. Конкретните зависимости обаче са най-разнообразни и много често твърде преплетени. Това, което в една зависимост е следствие, в друга може да се окаже причина. От една и съща причина могат да зависят различни следствия, а също така едно следствие може да зависи от няколко причини. Във всяка отделна зависимост обаче и причините и следствието са дефинирани еднозначно. Причините могат да бъдат повече от една, но следствието е едно. На езика на математиката това означава, че следствието е функция на определени аргументи, т.е. $y=f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Тази математическа функция показва, че равнището на дадено явление се формира под влиянието на всички възможни фактори от x_1 до x_n. Дефинирани в най-общ вид по този начин, зависимостите в съвкупността могат да бъдат обект на изследване и характеризиране с помощта на различни показатели.

Задачата, която си поставяме с настоящото изследване е да се установи връзка между процента на текущия масов прираст в зависимост от средната възраст и средната кръгова площ на 1 хектар на основата на многофакторния регресионен анализ. Чрез използване на метода на мнофофакторния регресионен анализ ще може да се описват и анализират действителните връзки, да се разкриват и опознават нейните зависимости и да се правят прогнози за нейното бъдещо развитие. Обаче трябва да се има предвид, че всякакво конкретно приложение и използване на регресионния анализ в таксацията преминава през няколко последователни методични етапа на работа, на които ще се спрем по-долу.

1. Методични проблеми и основен материал

1.1. Подбор на факторите, които ще участват в регресионния модел

Факторите, които участват в една зависимост могат, а за изследването е необходимо да бъдат разпределени в две групи. В първата се включват факторите (причините) средна възраст и кръгова площ на хектар, без които процента на текущия масов прираст като следствие не може да се появи, т.е. те създават това следствие. Обикновено се казва, че това са систематично действащи фактори, които трябва да отговарят на определени изисквания. Има и други систематично действащи фактори, които отговарят на определените изисквания, но не са включени било по съображения, че са включени при изясняване на други връзки или някакви други причини, на практика, както се вижда е невъзможно включването на целия комплекс от фактори. Във втората група се включват всички други фактори, които не създават процента на текущия масов прираст (следствието), но със своята намеса го деформират в една или друга насока или в една или друга степен. Тези други фактори са от случаен характер [8].

С оглед да не отегчаваме повествованието ние няма да се спираме и подробно да описваме необходимите изисквания за включване или не на даден фактор в модела, тъй като те подробно са изложени в едно друго изследване [4] и още по-пълно в монографията [3]. Не можем да не отбележим едно от основните изисквания при построяването на моделите на множествената корелация е определящите променливи, включени в модела, да бъдат независими една от друга, т.е. тези величини да не корелират помежду си по никакъв начин.

1.2. Избор на математическа функция (форма на връзка)

Задачата на изследването през тази фаза на конструирането на модела се свежда до дефинирането или избора на аналитичния (математическия) израз на модела.

В нашата практическа работа, при избора на подходящия модел ние използвахме индуктивния (емпиричен) подход като го съчетавахме със средствата на конкуриращите се модели. За съжаление в повечето случаи при моделирането на изследваните таксационни показатели нещата стоят именно така, тъй като много често тук липсват теоретически добре обосновани и пригодни за практическо използване дедуктивни модели. Също така трябва да се изисква моделът на връзката да бъде представен в подходяща математическа форма (регресионно уравнение). Само при такова условие е възможно да се изследват количествените съотношения, които съществуват при взаимодействията на явленията от таксационната действителност и да се прилага регресионният анализ [1].

Трябва да се изтъкне, че проблемът за осигуряване на най-подходяща и достатъчно адекватна математическа функция при конкретното изследване на всеки въпрос стои с голяма острота. Често пред изследователя съществува алтернативата да се избира между няколко конкуриращи се модела. При такава ситуация (а нашата е точно такава) изследователят трябва да разполага с определени критерии, за да може да направи сполучливо своя избор и обективна оценка на това, кой от всички възможни модели ще отрази най-вярно и точно моделираните таксационни показатели. Възможностите, които биха могли да се използват са аналитични и са няколко, но те се основават на количествено изразени модели и ще бъде направено на следващия етап – при анализа на резултатите. Избраните модели са както следва:

$$Y_1 = A_0 + A_1X_1^2 + A_2X_5^2 \tag{1}$$

$$Y_1 = A_0 + A_1\left(\frac{1}{X_1}\right) + A_2\left(\frac{1}{X_5}\right) \tag{2}$$

$$Y_1 = A_0 + A_1\left(\frac{1}{X_1}\right) + A_2\left(\frac{1}{X_5}\right) + A_3\left(\frac{1}{X_1X_5}\right) \tag{3}$$

За установяване на степента на съвпадение между фактическите и изгладените (теоретичните) значения бе необходимо да се намерят параметрите на избраните функции.

1.3. Намиране на параметрите.

Параметрите на избраните функции се намериха аналитично по метода на най-малките квадрати. Заместването на получените параметри в моделите (1), (2) и (3) позволи да се формират по бонитети следните многофакторни регресионни уравнения:

Iа бонитет

$$Y_1 = 5{,}855 - 0{,}00031X_1^2 - 0{,}00109X_5^2 \tag{4}$$

$$Y_1 = -0{,}446 + 41{,}123\left(\frac{1}{X_1}\right) + 55{,}33\left(\frac{1}{X_5}\right) \tag{5}$$

$$Y_1 = 0{,}835 + 27{,}28\left(\frac{1}{X_1}\right) - 6{,}014\left(\frac{1}{X_5}\right) + 1283{,}54\left(\frac{1}{X_1X_5}\right) \tag{6}$$

I бонитет

$$Y_1 = 5{,}316 - 0{,}00037X_1^2 - 0{,}00082X_5^2 \tag{7}$$

$$Y_1 = -1{,}119 + 33{,}681\left(\frac{1}{X_1}\right) + 83{,}516\left(\frac{1}{X_5}\right) \tag{8}$$

$$Y_1 = 0{,}922 + 27{,}43\left(\frac{1}{X_1}\right) - 22{,}391\left(\frac{1}{X_5}\right) + 1624{,}679\left(\frac{1}{X_1X_5}\right) \tag{9}$$

II бонитет

$$Y_1 = 4{,}610 - 0{,}00027X_1^2 - 0{,}000525X_5^2 \tag{10}$$

$$Y_1 = -0{,}513 + 32{,}622\left(\frac{1}{X_1}\right) + 47{,}608\left(\frac{1}{X_5}\right) \tag{11}$$

$$Y_1 = 0{,}045 + 30{,}027\left(\frac{1}{X_1}\right) + 23{,}350\left(\frac{1}{X_5}\right) + 433{,}367\left(\frac{1}{X_1 X_5}\right) \quad (12)$$

III бонитет

$$Y_1 = 3{,}896 - 0{,}000212X_1^2 - 0{,}000281X_5^2 \quad (13)$$

$$Y_1 = -0{,}174 + 27{,}522\left(\frac{1}{X_1}\right) + 20{,}140\left(\frac{1}{X_5}\right) \quad (14)$$

$$Y_1 = 0{,}477 + 25{,}912\left(\frac{1}{X_1}\right) + 8{,}894\left(\frac{1}{X_5}\right) + 222{,}531\left(\frac{1}{X_1 X_5}\right) \quad (15)$$

IV бонитет

$$Y_1 = 4{,}228 - 0{,}00013X_1^2 - 0{,}00097X_5^2 \quad (16)$$

$$Y_1 = -0{,}244 + 33{,}128\left(\frac{1}{X_1}\right) + 18{,}002\left(\frac{1}{X_5}\right) \quad (17)$$

$$Y_1 = 0{,}696 + 30{,}688\left(\frac{1}{X_1}\right) - 19{,}474\left(\frac{1}{X_5}\right) + 752{,}625\left(\frac{1}{X_1 X_5}\right) \quad (18)$$

където:

Y е текущ масов прираст, %;
X_1 – средна възраст, години;
X_5 – кръгова площ на хектар, m^2.

Изглаждането ще се извърши за всеки бонитет с три функции, за които предварително се предполагаше, че могат да отразят закономерностите в развитието на процента на текущия масов прираст.

Следващата стъпка е свързана със задачата за количественото измерване и оценка на конкретните количествени отношения в дадената многофакторна връзка. За да се осъществи количественото измерване на посочената многофакторна връзка е необходима определена и значителна по количество информация за зависимата и независимите променливи. Тази информация възлиза за Iа бонитет на 291 числа и произхожда от 97 броя насаждения; за I бонитет на 621 числа произхождащи от 207 броя насаждения; за II бонитет на 1062 числа произхождащи от 354 насаждения; за III бонитет на 573 бр. числа съответстващи на 191 насаждения и за IV бонитет на 291 бр. числа съответстващи на 97 насаждения. Както се вижда набавената информация отговаря на изискването да бъде 30 пъти по-голяма от броя на променливите [5]. Само при такова количество информация може да се получи устойчива връзка и значими регресионни коефициенти. По-конкретно тук ще се оценяват параметрите на многофакторните регресионни модели и теоретичните стойности на зависимата променлива (Y).

2. Анализ на резултатите

Сега вече може на базата на анализа да се измери степента на съвпадение между фактическите и теоретичните (изгладени) значения. Основа за този анализ ще представляват многофакторните регресионни уравнения от (4) до (18) и обобщените статистически характеристики посочени в табл. 1, 2 и 3.

Табл. 1. Резултати от спецификацията на многофакторните регресионни модели (4)-(8)

Характеристика на модела		Уравнения				
		(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Свободен член	A_o	5,855	-0,4465	0,835	5,316	-1,119
Регресионни коефициенти	A_1	-0,00031	41,124	27,285	-0,00037	33,681
	A_2	-0,00109	55,333	-6,014	-0,00082	83,516
	A_3			1283,5		
Стандартна грешка на регресионните коефициенти	$m_{\sigma Ao}$	0,2300	0,173	0,297	0,160	0,161
	$m_{\sigma A1}$	0,0001	5,563	5,666	0,0005	4,140
	$m_{\sigma A2}$	0,0011	10,4370	15,315	0,0001	9,516
	$m_{\sigma A3}$			254,59		
Критерий за значимост на регресионните коефициенти	t_m	1,98	1,98	1,98	1,97	1,97
	t_{a1}	-2,748	7,392	4,815	-6,581	8,135
	t_{a2}	-6,073	5,301	-0,393	-5,810	8,776
	t_{a3}			5,042		
Коефициент на многофакторната корелация, детерминация и интердетерминация	R	0,809	0,923	0,940	0,780	0,893
	R^2	0,654	0,851	0,883	0,608	0,797
	$1-R^2$	0,346	0,149	0,117	0,392	0,203
Стандартна грешка на R	$m_{\sigma R}$	0,035	0,015	0,012	0,028	0,015

(продължение)

Характеристика на модела		**Уравнения**				
		(4)	**(5)**	**(6)**	**(7)**	**(8)**
Критерий за значимост на многофакторен корелационен коефициент	F_{1m}	3,09	3,09	3,09	3,04	3,04
	$F_{2(ем.)}$	88,8	268,4	354,7	158,2	400,5
Стандартна грешка на оценката	S_y	0,993	0,652	0,580	0,975	0,701
Критерий за адекватност на моделите	$F_{1(т)}$	3,09	3,09	3,09	3,04	3,04
	$F_{1(ем.)}$	88,9	268,5	234,0	158,3	401,6

Табл. 2. Резултати от спецификацията на многофакторните регресионни модели (9)-(13)

Характеристика на модела		Уравнения				
		(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
Свободен член	A_o	0,922	4,610	-0,513	0,045	3,896
Регресионни коефициенти	A_1	27,43	-0,00027	32,621	30,026	-0,0002
	A_2	-22,39	-0,00052	47,608	23,350	-0,0003
	A_3	1624,67			433,37	
Стандартна грешка на регресионните коефициенти	$m_{\sigma Ao}$	0,354	0,116	0,119	0,255	0,147
	$m_{\sigma A1}$	3,918	0,00003	2,384	2,591	0,00005
	$m_{\sigma A2}$	18,83	0,0001	7,075	12,094	0,00026
	$m_{\sigma A3}$	256,10			175,89	
Критерий за значимост на регресионните коефициенти	t_m	1,97	1,965	1,965	1,965	1,97
	t_{a1}	7,001	-8,040	13,68	11,588	-4,309
	t_{a2}	-1,189	-4,328	6,73	1,931	-1,071
	t_{a3}	6,343			2,464	
Коефициент на многофакторната корелация, детерминация и интердетерминация	R	0,912	0,722	0,906	0,908	0,691
	R^2	0,831	0,522	0,821	0,824	0,477
	$1-R^2$	0,169	0,478	0,179	0,176	0,523
Стандартна грешка на R	$m_{\sigma R}$	0,012	0,025	0,009	0,009	0,038
Критерий за значимост на многофакторен корелационен коефициент	F_{1m}	3,04	3,02	3,02	3,02	3,04
	$F_{2(ем.)}$	501,5	191,6	805,0	821,6	85,8
Стандартна грешка на оценката	S_y	0,642	1,048	0,641	0,636	0,961
Критерий за адекватност на моделите	$F_{1(т)}$	3,04	3,02	3,02	3,02	3,04
	$F_{1(ем.)}$	332,6	191,3	804,8	546,3	85,8

Табл. 3. Резултати от спецификацията на многофакторните регресионни модели (14)-(18)

Характеристика на модела		**Уравнения**				
		(14)	**(15)**	**(16)**	**(17)**	**(18)**
Свободен член	A_o	0,174	0,476	4,228	-0,244	0,696
Регресионни коефициенти	A_1	27,52	25,91	-0,00013	33,13	30,688
	A_2	20,14	8,894	-0,00097	18,00	-19,47
	A_3		222,53			752,62
Стандартна грешка на регресионните коефициенти	$m_{\sigma Ao}$	0,158	0,298	0,194	0,195	0,382
	$m_{\sigma A1}$	2,931	3,221	0,00004	3,425	3,417
	$m_{\sigma A2}$	8,695	12,79	0,00032	9,225	15,99
	$m_{\sigma A3}$		185,82			266,84
Критерий за значимост на регресионните коефициенти	t_m	1,97	1,97	1,98	1,98	1,98
	t_{a1}	9,391	8,044	-3,174	9,670	8,981
	t_{a2}	2,316	0,695	-3,028	1,951	-1,217
	t_{a3}		1,197			2,821
Коефициент на многофакторната корелация, детерминация и интердетерминация	R	0,885	0,886	0,747	0,913	0,920
	R^2	0,784	0,786	0,558	0,834	0,847
	$1-R^2$	0,216	0,214	0,442	0,166	0,153
Стандартна грешка на R	$m_{\sigma R}$	0,016	0,015	0,046	0,017	0,016

(продължение)

Характеристика на модела		**Уравнения**				
		(14)	**(15)**	**(16)**	**(17)**	**(18)**
Критерий за значимост на многофакторен корелационен коефициент	F_{1m}	3,04	3,04	3,09	3,09	3,09
	$F_{2(ем.)}$	341,2	344,4	59,3	236,1	260,1
Стандартна грешка на оценката	S_y	0,617	0,616	0,890	0,545	0,526
Критерий за адекватност на моделите	$F_{1(т)}$	3,04	3,04	3,09	3,09	3,09
	$F_{1(ем.)}$	341,3	228,5	59,4	236,2	171,8

Тя ще се осъществява в следната последователност:

1. Избор на формата на връзка. Има два начина за проверка на това коя от трите функции най-добре отразява закономерностите в развитието на относителната величина на текущия масов прираст при всички бонитети.
   а) чрез величината на стандартната грешка на оценката. Тази функция, при която сумата от квадрата на разликата между емпиричните и теоретичните значения е най-малка, може да се очаква, че е най-добра. Получените резултати за тази разлика се дават със стандартната грешка на оценката ($S_{y/x1,x5}$). За прегледност извлечение от табл. 1, 2 и 3 за отделните функции по бонитети е, както следва (табл. 4).

Табл. 4. Стандартна грешка на оценката ($S_{y/x1,x5}$) по бонитети

Модел	**Бонитети**				
	Ia	**I**	**II**	**III**	**IV**
(1)	0,993	0,975	1,048	0,961	0,890
(2)	0,652	0,701	0,641	0,617	0,545
(3)	0,580	0,642	0,636	0,616	0,526

Посочените данни за стандартната грешка на оценката показват, че закономерността в изменението на относителната величина на текущия масов прираст се отразява приблизително еднакво от трите модела и то при всички бонитети. Малко по-влошени са резултатите на многофакторния модел (1), по-добри са при модел (2) и най-добри са резултатите с модел (3).

   б) Чрез дисперсионното отношение ($F_{1(ем)}$). То представлява на две независими оценки за дисперсията. Дисперсионното отношение се определя аналитично като свързан елемент от математически софтуер. Резултатите са поместени в табл. (1), (2) и (3), но за прегледност и удобство на анализа се дават във следния вид по бонитети (табл. 5).

Табл. 5. Дисперсионно отношение ($F_{1(ем)}$) по бонитети

Модел	**Бонитети**				
	Ia	**I**	**II**	**III**	**IV**
(1)	88,9	158,3	191,2	85,8	59,4
(2)	268,5	401,6	804,8	341,3	236,2
(3)	234,0	332,6	546,3	228,6	171,8
Теоретично $F_{1(em)}$	3,09	3,04	3,02	3,04	3,09

Сравнителните данни показват, че емпирическата характеристика е многократно по-голяма от теоритичната, а това е едно от необходимите условия за адекватност. Следователно и трите модела отразяват закономерността в изменението на относителната величина на текущия масов прираст. Но по-голямата величина на емпиричната характеристика на модели (2) и (3) е гаранция, че това отражение е по-цялостно и следва да се приемат за модел за зависимостта. За проследяване на тази зависимост най-вероятно ще се използва модел (2), но това ще зависи и от значимостта на регресионните коефициенти. Следователно и в двата случая аналитично се показа, че моделите (1), (2) и (3) са адекватни. И това е добре, но то не е достатъчно и единствено условие за избора на модела на връзката.

2. Множествено-корелационен коефициент. Този коефициент е следващия обобщаващ статистически показател, на който трябва да се обърне внимание при анализа. Той има най-широко приложение и е с най-голямо познавателно значение. Неговите резултати са посочени в табл. 1, 2 и 3. Тези множествено-корелационни коефициенти съгласно степенуването в математическата статистика [2, 6, 7, и др.] са:
   - големи (R_y>0,8) за уравненията свързани с модел (1) и значителен за III бонитет;
   - големи (R_y>0,8) и много голям (R_y>0,9) за уравненията свързани с модел (2);
   - много голям (R_y>0,9) за модел (3) и голям само при III бонитет.

Коефициентът на детерминация показва, че 91,6% от измененията в относителната величина на текущия масов прираст се дължат на влиянието на включените в изследването фактори и само 8,4% на други, невключени в изследването фактори. Въпреки, че броят на случаите (насажденията) не е малък е необходимо ($R_{y/x1,x5}$) да бъде изследван за надеждност. Изчисленията показаха, че емпиричният F-критерий на Фишер ($F_{2(ем)}$) е многократно поголям от теоретичния, което е необходимо условие за надеждност (табл. 1, 2 и 3). Получените по аналитичен път резултати за моделите (1), (2) и (3) показаха, че те са адекватни. С благоприятната проверка за адекватност се отговаря на едно от изискванията при избор на модел на връзка. На това изискване отговарят големите и много големите множествено корелационни коефициенти, но и то не е достатъчно. Важно и решаващо значение ще има и проверката за значимостта (надеждността) на регресионните коефициенти.

3. Проверка на надеждността (значимостта) на параметрите на уравненията. Върху регресионните параметри, както и върху всички други останали метрификатори на дендробиометричните показатели оказват влияние случайните фактори. С цел да не бъдем подведени от получените резултати, повлияни от такива фактори и да защитим своите изводи от подобни влияния бе извършена проверка на параметрите на моделите за статистическа надеждност (значимост). Проверката премина през всички етапи на една проверка на хипотезите, т.е. формулирахме нулевата хипотеза, която се гради на предположението, че всички параметри ще са незначими (ненадеждни). И съответно алтернативната хипотеза, която е изградена на предположението, че по-голямата част от параметрите ще са значими (надеждни) и една по-малка част ненадеждни (незначими).

Получените аналитично данни на основата на параметрични методи потвърдиха алтернативната хипотеза, че по-голямата част от параметрите са надеждни (значими)и само малка част от тях са незначими (табл. 1, 2 и 3):

- За модел (1) $t_{ем}>t_m$, т.е. параметрите са значими за уравнения (4), (7), (10) и (16) и незначими за периметър A_2 (уравнение (13) – III бонитет). В този случай, независимо че моделът е адекватен, той не може да се приеме като основен модел на връзката не само поради това, че параметърът A_2 е незначим, но и поради малкия множествено-корелационен коефициент (по-малък или най-много равен) в сравнение с който и да е еднофакторен корелационен коефициент. Същевременно проверката показа, че се получават по-занижени прирастни коефициенти, които дават занижени резултати при определяне на текущия масов прираст.
- За модел (2) $t_{ем}>t_m$, т.е. параметрите са значими за всички уравнения (5), (8), (11), (14) и (17). Този модел е адекватен и с малко по-добри множественокорелационни и значими регресионни коефициенти позволи да се получат повисоки (но недостатъчно високи) прирастни коефициенти, които позволяват определянето на по-благоприятна величина на текущия масов прираст, може да се приеме като приемлив модел на връзката.
- За модел (3) $t_{ем}<t_m$, т.е. параметърът A_1 е незначим за всички уравнения (6), (9), (12), (15) и (18). Определеният въз основа на изчислените прирастни коефициенти, текущ масов прираст на 27 броя насаждения от II и III бонитет показа, че за почти всички случаи (26) отклонение от 35-63% при сравнението му с предварително определения текущ масов прираст на същите насаждения. Това налага заключението, че резултатите от модел (3) са най-неблагоприятни въпреки адекватността на модела и най-високите множествено-корелационни коефициенти (R_y>0,9). Основната и решаваща причина е незначимостта на регресионните коефициенти A_1 при всички уравнения и всички бонитети.

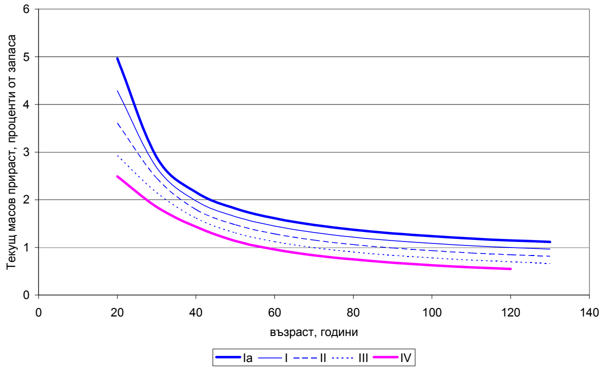
4. Коефициенти на еластичност. Информация за приноса на отделните фактори върху зависимата променлива (Z_v^m), т.е. върху процента на текущия масов прираст ни дават т.нар „коефициенти на еластичност“. Тяхното определяне се извършва по израза (6.41) [3]. Получените данни по бонитети са дадени в табл. 6.

Табл. 6. Коефициенти на еластичност по бонитети

Коеф. на еластичност	Модел	Бонитети				
		Ia	I	II	III	IV
E_{a1}	(1)	0,163	0,266	0,234	0,117	0,219
E_{a2}	(2)	0,563	0,387	0,292	0,337	0,327
E_{a1}	(1)	0,305	0,230	0,202	0,168	0,190
E_{a2}	(2)	0,415	0,704	0,458	0,240	0,231

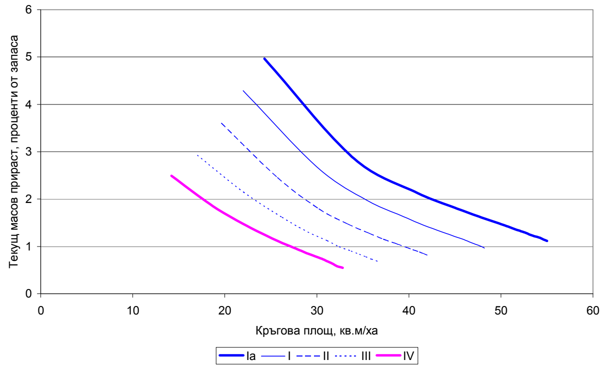
Коефициентът (E_{a1}) е свързан с фактора възраст (x_1), а (E_{a2}) с фактора кръгова площ на хектар (x_5).

Получените резултати (табл. 6) от анализа (изчисленията) на частните коефициенти на еластичност показват, че най-силно влияние върху процента на текущия масов прираст и при двата модела (1) и (2) оказва средната кръгова площ на хектар (x_5) следван от средната възраст (x_1). Израз на по-голямото влияние са по-големите стойности на коефициента на еластичност (E_{ai}).



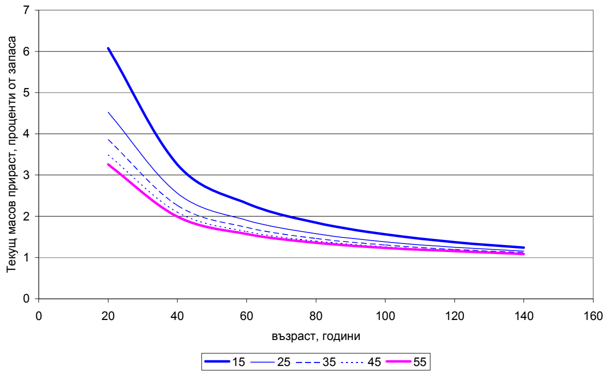
Фиг. 1. Изменение на текущия масов прираст в зависимост от възрастта по бонитети

Общо изменението на прирастните коефициенти определени чрез уравненията съответстват на модел (2), които са със значими регресионни коефициенти се показва на фиг. 1 в зависимост от възрастта и на фиг. 2 в зависимост от кръговата площ на хектар.

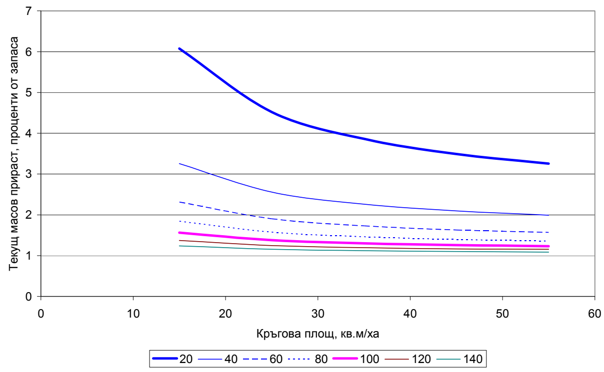


Фиг. 2. Изменение на текущия масов прираст в зависимост от кръговата площ по бонитети

На фиг. 3 се дава изменението на прирастните коефициенти, когато се изменя възрастта, а кръговата площ на хектар се задържа на едно ниво. И обратно на фиг. 4 е показано изменение на приратните коефициенти при изменение на кръговата площ на хектар и задържане на възрастта на едно ниво.



Фиг. 3. Изменение на текущия масов прираст в зависимост от възрастта при задържане на кръговата площ на едно ниво



Фиг. 4. Изменение на текущия масов прираст в зависимост от кръговата площ при постоянна възраст

Въпреки, че модел (2), както се установи е адекватен и единствен със значими регресионни коефициенти на съответстващите му регресионни уравнения (5), (8), (11), (14) и (17), които не бяха използвани за определяне на прирастните коефициенти, тъй като те ще бъдат занижени величини, а оттам и занижен текущ масов прираст. Основната причина е недостатъчна величина на можествено-корелационния коефициент. Неговата стойност по бонитети се изменя както следва: за Ia бонитет R_y=0,923; за I R_y=0,893; за II R_y=0,908; за III R_y=0,885; и за IV - R_y=0,913. Както се вижда при I и IIIбонитет те са големи (R_y>0,8), а при Ia, II и IV те са много големи (R_y>0,9). Практиката обаче е показала, че добри резултати при многофакторната регресия се получават, когато R_y>0,950.

В заключение следва да се отбележи, че изборът на модел (2) като модел на връзката на текущия масов прираст в зависимост от едновременното комплексно влияние на средната възраст и средната кръгова площ на хектар не бе използвана (по изтъкнатите причини) за определяне на прирастните коефициенти, тъй като ще се получат занижени стойности.

От гореизложеното могат да се направят следните изводи:

1. Множествено-корелационна връзка на текущия масов прираст изразен чрез неговия процент в зависимост от средната възраст и средната кръгова площ на хектар се изразява приблизително еднакво от трите конкуриращи се модела (1), (2) и (3).
2. По-голямата част от обобщаващите статистически показателя на трите модела са близки, от което следва, че:
   - Трите изследвани модела са адекватни;
   - Множествено-корелационните коефициенти на модел (1) са големи (R_y>0,8); за модел (2) са големи (R_y>0,8) и много големи (R_y>0,9) и за модел (3) са много големи (R_y>0,9).
   - Една част от регресионните коефициенти на модел (1) са значими, а друга са незначими; при модел (3) всички регресионни уравнения съдържат по един незначим регресионен коефициент и само съответстващите уравнение на модел (2), (5), (8), (11), (14) и (17) съдържат значими регресионни коефициенти, поради което той се използва за модел на връзката на процента на текушия масов прираст в зависимост от средната възраст и средната кръгова площ на хектар.
3. Прирастните коефициенти (фиг. 1-4) при всички бонитети намаляват с нарастване на средната възраст и средната кръгова площ на хектар. Те намаляват и при една и съща възраст от добрите към лошите бонитети.
4. Анализът на частните коефициенти на еластичност показват, че най-голямо влияние върху процента на текушия масов прираст за бонитета оказва кръговата площ на хектар (X_5), следвана от средната възраст (X_5).

Литература

1. Антанайтис, В., Загреев, В. *Прирост леса*. Москва. 1981.
2. Дворецкий, М. *Пособие по вариационной статистике*. Москва. 1971.
3. Димитров, Е. *Моделиране на текущия прираст по обем на нормални естествени бялборови насаждения*. 2011.
4. Димитров, Е., Петров, С., Порязов, Я., Добричов, И., Тончев, Т., Марков, И. *Използване на многофакторния регресионен анализ за определяне на процента на текущия масов прираст на бялборовите дендроценози*. Управление и устойчиво развитие. 2012.
5. Митрополский, А. *Техника статистических исчислений*. Москва. 1961.
6. Стефанов, И., Тотев, А. *Теория на статистиката*. София. 1960.
7. Трулль, О. *Математическая статистика в лесном хозяйстве*. Минск. 1966.
8. Френкель, А. *Математический анализ производительности труда*. Экономика. Москва. 1968.

DEPENDENCE OF CURRENT ANNUAL INCREMENT OF SCOTS PINE STANDS ON AGE AND BASAL AREA

Evgeni Dimitrov[1], Yavor Poryazov[1], Toma Tonchev[1], Ivailo Markoff[2], Ilko Dobrichov[1], Geno Peev[2]

[1] University of Forestry, Sofia, Bulgatia

[2]Forest Research Institute, Bulgarian Academy of Science, Sofia, Bulgaria

Abstract

The dependence of the CAI of Scots pine stands on age, basal area and site index was investigated. Three models were tested. The best results were obtained by the hyperbolic model (2). Its coefficients of multiple correlation are 0.8 (for site indexes I and III) or 0.9 (for site indexes Ia, II and IV). The standard error varies from 0.545 (for site index IV) to 0.701 (for site index I). The coefficients of multiple correlation and regression are significant and the model is adequate. The basal area has a greater impact on the CAI than age. Figures 1-4 show that the percent of the current annual increment decreases with increasing of age and that, for the same age, a better site quality results in a higher percent of CAI.