

СТАТИСТИЧЕСКА ОЦЕНКА НА МОДЕЛИ ЗА ПРОСТРАНСТВЕНА ИНТЕРПОЛАЦИЯ ПРИ ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ВАЛЕЖНИТЕ КОЛИЧЕСТВА В ПЛАНИНСКИ РАЙОН

Светослав Анев, Соня Дамянова, Тома Тончев
Лесотехнически университет, София

Резюме

Направена е статистическа оценка на точността на някои подходи за пространствена интерполация за определяне на валежните количества (P) в планински район. Експериментално измерените P_{Obs} са съпоставени с изчислените P_{Exp} чрез моделите за пространствена интерполация: inverse distance weighting (IDW), ordinary kriging (OK), ordinary co-kriging (OCK), trend ordinary kriging (ТОК), многофакторна линейна регресия (MLR), многофакторна полиномна регресия (MPR). За параметризиране на моделите са използвани данни за валежите от намиращите се в близост станции от мрежата на световната метеорологична организация (WMO). При статистическата оценка са сравнявани: средната абсолютна грешка (MAE), средната квадратична грешка (систематична – $RMSE_S$ и несистематична – $RMSE_U$), коефициента на детерминация (R^2), индекс на приближение (d), сумата от квадратите на разликите (RSS) и отношението на сумата на измерените и сумата на изчислените валежи за изследвания период (W).

Ключови думи: валежни количества, пространствена интерполация, планински климат.

Key words: precipitation amount, spatial interpolation, mountain climate.

JEL: C4, Q25.

Увод

Методите за пространствена интерполация все по-широко се използват широко в метеорологичните проучвания. Въпреки отклоненията в сравнение с директните измервания, интерполационните методи се прилагат по няколко причини:

- информацията, получавана чрез директни измервания е за конкретен обект (станция) и не винаги отразява напълно обстановката в околността [12];
- гъстотата на мрежата от измервателни станции е недостатъчна за представяне на климатичната обстановка на дадена територия;
- за картиране на климатичните характеристики на дадена територия е необходимо математическо обвързване на данните от директните измервания в измервателните станции и статистическа проверка на точността на това обвързване.

Въпреки, че много статии са посветени на пространствената интерполация на климатични данни [16, 17, 19, 24], малка част засягат проблема за пространствената интерполация в планински региони, където релефните особености правят интерполационния процес по-неточен [8, 11, 14].

Основният въпрос при пространствената интерполация е математическото изглаждане на стойностите от директните измервания да бъде извършено, така че статистическата точност да бъде в допустимите граници [22]. Проблемът се подсилва от липсата на съгласие по отношение

на най-подходящите критерии за статистическа оценка на точността на различните модели.

Целта на настоящото проучване е да сравни точността на няколко често използвани в пространствената интерполация на климатични данни модела при прилагането им за планински район.

1. Материали и методи

1.1. Материали

Теренните измервания на валежните количества са проведени в периода 2010–2012 г. в затворената част около водоема на изравнител „Петрохан“ от каскадата на ВЕЦ „Бързия“. Обектът е разположен на 1405 m надморска височина в района на Старопланинския проход Петрохан, който по данни от Климатичния справочник на България е едно от местата с най-големи валежни количества в страната.

За параметризиране на моделите са използвани публично достъпни данни от сървърите на Националната океанографска и атмосферна администрация на САЩ (<http://www.ncdc.noaa.gov>) за валежите от намиращите се в радиус от 65 km станции от мрежата на световната метеорологична организация (WMO). За да стане обектът на интерполация среден не само по географска ширина и по географска дължина, но и среден по надморска височина за параметризиране на пространствената интерполация са добавени данните от станциите на двата най-близки (но извън 65 km радиус) планински върха – Мусала и Ботев. Физикогеографски данни за обекта на интерполацията и за климатичните

станции, използвани при параметризирането са показани в табл. 1.

Табл. 1. Физикогеографска характеристика на обекта на проучването и на климатичните станции, използвани за параметризиране на моделите за пространствена интерполация

Измервателна станция	Надморска височина, m	Географска ширина, °	Географска дължина, °	Разстояние до точката за интерполация, km	Средно годишно количество на валежа за изследвания период, mm	Средно годишно количество на валежа за периода 1960–1991 г., mm
Петрохан	1405	43.122	23.127	–	–	1164
Драгоман	716	42.933	22.933	26.3	554	724
Димитровград	450	43.017	22.750	32.8	534	574
Враца	310	43.200	23.533	34.0	686	809
Мургаш	1692	42.833	23.667	54.4	744	830
София	591	42.650	23.383	56.4	542	589
Черни връх	2292	42.583	23.267	61.0	723	1175
Мусала	2927	42.183	23.583	110.8	725	1176
Ботев връх	2389	42.667	24.833	147.8	914	1085
Средно	1420	42.799	23.453	65.4	678	870

От табл. 1 се установява, че изследваният период е бил относително по-сух в сравнение с валежните норми от климатичния справочник за периода 1960–1991 г.

1.2. Определяне на разстоянието между точката на интерполация и климатичните станции

Важна стъпка за подготовката на пространствената интерполация е изчисляването на разстоянието между отделните обекти, включени в интерполационния процес. За пространство с малък обем е в сила Евклидовата геометрия, която ползва Питагоровата теорема за изчисляване на разстояния:

$$d = \sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i - b_i)^2}, \quad (1)$$

където:

- d – разстояние между точките „А” и „В”;
- a_i – координати на точка „А”;
- b_i – координати на точка „В”;
- n – брой на измеренията в пространството.

Функцията изчислява коректно разстоянието между две точки само тогава, когато дименсиите на отделните координатни оси са еднакви.

В геостатистиката разстоянията се изчисляват по-трудно. На първо място геоидната форма на Земята води до неравностойност на географските координатни разлики, когато те се изчисляват в направление север-юг и когато се изчисляват в направление изток-запад. Ако формата на Земята се опрости до сферична, то при изчисляване на разстояния по повърхността ѝ е в сила сферичния косинусов закон:

$$d = \arccos \begin{pmatrix} \sin(\text{lat}_1) \cdot \sin(\text{lat}_2) + \\ \cos(\text{lat}_1) \cdot \cos(\text{lat}_2) \cdot \\ \cos(\text{lon}_1 - \text{lon}_2) \end{pmatrix} \cdot R, \quad (2)$$

където:

- lat1, lat2 – географските ширини на двете точки, °;
- lon1, lon2 – географските дължини на двете точки, °;
- R – радиусът на сферично изгладения геоид; R=6371 km.

За нуждите на климатологията описаните функции не предлагат подходящо решение на задачата за определяне на разстоянията. Това е така, защото разстоянията между две точки по трите координатни оси (географска ширина, географска дължина и надморска височина) обикновено имат различно влияние върху разпространението на климатичния показател, обект на интерполация. Така, например, в умерения климатичен пояс изменението на температурата при отклонение с 1° г.ш. е приблизително колкото изменението на температурата при денивелация с 1000 m надморска височина [1], но разпределението в направление изток-запад силно зависи от регионални и локални особености на орографията на терена.

Съществуват редица математически подходи за трансформация на стойностите в скали с различни дименсии, които позволяват от една страна да се преобразува пространството в бездимензионно, което позволява прилагането на Питагоровата теорема, и от друга страна неутрализира неравномерната тежест на разстоянията в различните пространствени измерения. За нуждите на пространствената интерполация при изчисляване на разстоянието между отделните обекти в настоящата статия координатните

системи предварително са трансформирани чрез функция за нормализиране на скали [9]:

$$\hat{z} = \frac{Z - Z_{\min}}{Z_{\max} - Z_{\min}}, \quad (3)$$

където:

\hat{z} – рангът на стойността на географската координата в затворения полигон за интерполация, $\hat{z} \in [0;1]$;

Z – стойността на координата в отделните измерения;

Z_{\min} – минималната стойност на координатите от съответното измерение;

Z_{\max} – максималната стойност на координатите от съответното измерение.

1.3. Методи за пространствена интерполация

1.3.1. Inverse Distance Weighting (IDW)

Един от най-често използваните методи в геостатистиката, който е приложим и за пространствена интерполация на климатични данни е метода Inverse Distance Weighting (IDW), създаден от Shepard [20]. Методът се базира на изчисляването на средно претеглена стойност, в размера, на която по-голямо влияние имат стойностите на зависимата променлива, измерени в по-близко разположените до точката на интерполация източници.

$$u(x) = \frac{\sum_{i=1}^n w_i(x) \cdot u_i}{\sum_{i=1}^n w_i(x)}, \quad (4)$$

където:

$u(x)$ – търсената чрез интерполацията зависима променлива;

u_i – стойността на зависимата променлива в точката i ;

$w_i(x)$ – тежестта на влияние върху интерполационната стойност на стойността на зависимата променлива в точката i ;

За изчисляване на $w_i(x)$ е използвана модификацията на функцията на Shepard, предложена от Renka [18]:

$$w_i(x) = \left(\frac{R - d(x, x_i)}{R \cdot d(x, x_i)} \right)^p, \quad (5)$$

където:

R – разстоянието между точката за интерполация и максимално отдалечената климатична станция;

$d(x, x_i)$ – разстоянието между точката за интерполация (x) и i -та климатична станция (x_i);

p – степенен параметър.

1.3.2. Ordinary kriging (OK)

Кригингът е геостатистически метод за пространствена интерполация разработен от френския математик Matheron [15] и е базиран на разработеният в магистърската теза метод от южноафриканския минен инженер Danie G. Krige:

$$\hat{Z}(x^*) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot Z(x_i), \quad (6)$$

където:

$\hat{Z}(x^*)$ – интерполационната стойност на изследвания климатичен показател;

λ_i – тежестта на влияние върху интерполационната стойност на стойността на зависимата променлива в точката i ;

$Z(x_i)$ – стойността на зависимата променлива в точката i ;

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1.$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(x_1, x_1) & \dots & \gamma(x_1, x_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(x_n, x_1) & \dots & \gamma(x_n, x_n) & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \gamma(x_1, x^*) \\ \vdots \\ \gamma(x_n, x^*) \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

където:

$\gamma(x_i, x_j)$ – ковариацията в координатите на станцията i и станцията j , отчетена по някой от теоретичните вариограмни модели;

$\gamma(x_i, x^*)$ – ковариацията в координатите на станцията i и точката за интерполация, отчетена по някой от теоретичните вариограмни модели;

За нуждите на настоящото изследване ковариацията е приета за равна на разстоянието между двете точки, изчислено по трансформирани им координати или е приета степенната вариограмна функция:

$$\gamma_{ij} = d(x_i, x_j)^p, \quad \text{при } p=1. \quad (8)$$

1.3.2. Ordinary co-kriging (OCK)

Кокригингът е модел, доразвиващ кригингът с добавяне на допълнителни независими променливи (една или няколко), които оказват влияние върху изследваната зависима променлива.

Кокригингът се базира на уравнението:

$$\hat{Z}(x^*) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot \lambda_j \cdot Z(x_{ij}), \quad (9)$$

където:

λ_j – тежестта на влияние върху интерполационната стойност на стойността на допълнителната независимата променлива в точката

$$j; \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1; \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j = 0.$$

В настоящото изследване за допълнителна независима променлива са използвани данните за надморската височина на обектите. Така при една допълнителна независима променлива кокригинга придобива вида:

$$\begin{pmatrix} \lambda_i \\ \lambda_j \\ \mu_i \\ \mu_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma_{ii} & \Gamma_{ij} & 1 & 0 \\ \Gamma_{ji} & \Gamma_{jj} & 0 & 1 \\ 1^T & 0^T & 0 & 0 \\ 0^T & 1^T & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Gamma_{i0} \\ \Gamma_{j0} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

където:

Γ_{ii} – ковариансната матрица за климатичните станции, построена по разстоянията помежду им след нормализиране на координатите им и прилагане на Питагоровата теорема;

Γ_{jj} – ковариансната матрица за климатичните станции, построена по разликата помежду им, след нормализиране на валежните количества от климатичния справочник;

Γ_{ij} и Γ_{ji} – правата и транспонираната ковариансни матрици на разстоянията между нормализираните координати и надморската височина на обектите.

1.3.4. Trend Ordinary kriging (ТОК)

При Trend Ordinary kriging първоначално чрез линейна регресия се изчисляват прогнозни стойности на зависимата променлива в точката на интерполация и за климатичните станции, след което разстоянията, необходими за параметризиране на Ordinary kriging се изчисляват по разликите в тези прогнозни стойности.

Така зависимата променлива (климатичния фактор) оказва влияние върху независимата променлива (разстоянието) и станциите стават отдалечени не само по географски координати и надморска височина, но и по ниво на изследвания климатичен показател. Този метод се препоръчва от някои автори [4] за насечени местности и през сезони с чести климатични аномалии.

1.3.5. Многофакторна линейна регресия (MLR) по метода на най-малките квадрати

За параметризиране на многофакторната линейна регресия са използвани трансформирани координати на отделните станции и на точката за интерполация.

$$y(x^*) = \varepsilon + \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot x_i, \quad (11)$$

където:

$y(x^*)$ – стойността на климатичния параметър в точката на интерполация;

β_0 – свободен член на регресионния модел;

β_i – регресионният коефициент на стойността на зависимата променлива в точката с координати i ;

ε – стохастичната грешка;

1.3.6. Многофакторна полиномна регресия (MPR)

Многофакторната полиномна регресия е форма на линейната регресия, при която за регресионен модел се използват полиноми. Към нея се прибъгва, когато няма априорни познания за аналитичната форма на модела [26].

$$y(x^*) = \varepsilon + \beta_0 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^k \beta_{ij} \cdot x_i^j, \quad (12)$$

Степента на полиномната регресия е подбрана по критерия:

$$n = \min\{k : \alpha \leq \alpha_{кр}\},$$

където:

$$k = (0, 1, \dots, n-1);$$

n – броят на климатичните станции, използвани за интерполацията;

α – вероятността на F-test за това дали R^2 при k се повишава достоверно в сравнение с R^2 при $k-1$;

$\alpha_{кр}$ – критичната стойност на α (приета за 0,05).

$$F_j = df_i \cdot \frac{R_j^2 - R_{j-1}^2}{1 - R_j^2}, \quad (13)$$

където:

df_j – степента на свобода на деноминатора;

$$df_j = n - j - 1.$$

1.4. Статистическа проверка на резултатите от интерполацията

1.4.1. Средна абсолютна грешка

Средната абсолютна грешка се изчислява като отношение на сумата на абсолютните стойности на отклоненията и броя на измерванията:

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |E_i - O_i|}{n}, \quad (14)$$

където:

E_i – изчислената чрез регресията i -та стойност;

O_i – получената чрез измерване i -та стойност;

n – брой на измерванията.

1.4.1. Средна квадратична грешка

Средната квадратична грешка или позната още като стандарт на регресията е удобна за използване, защото има същото измерение като изследваната величина и така дава реалното отклонение на изчислените от измерените стойности в абсолютни единици. Изчислява се по формулата:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (E_i - O_i)^2}{n}}. \quad (15)$$

Средната квадратична грешка може да бъде разделена на две компоненти – систематична и несистематична [23]. Систематичната се изразява чрез:

$$RMSE_S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{E}_i - O_i)^2}{n}}, \quad (16)$$

а несистематичната чрез:

$$RMSE_U = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E}_i)^2}{n}}, \quad (17)$$

където:

$$\hat{E}_i = a + b \cdot O_i. \quad (18)$$

1.4.2. Коефициент на детерминация

Коефициентът на детерминация (R^2) изразява силата на зависимостта в проценти и показва какъв процент от вариацията на едната променлива може да бъде обяснена с вариацията на другата променливата (това е т. нар. обяснена дисперсия) [25]. R^2 се изчислява като квадрат на Пийърсъновия корелационен коефициент:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2 \cdot (E_i - \bar{E})^2}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2}}, \quad (19)$$

където:

\bar{O} – средноаритметичната на измерените стойности;

\bar{E} – средноаритметичната на изчислените стойности.

1.4.3. Сума на квадрата на разликите (RSS)

Сумата на квадратите на разликите между изчислените чрез регресията и измерените стойности се изчислява по формулата:

$$RSS = \sum_{i=1}^n (O_i - E_i)^2. \quad (20)$$

Този показател изразява грешката чрез натрупване и се използва често за оптимизиране на моделите.

1.4.4. Индекс на приближение (d)

Индексът на приближение е предложен от Willmott [23], за да се избегнат някои недостатъци на коефициента на детерминация, свързани с използването на средноаритметичната стойност на изчислените с регресията, която е натрупана с грешката на регресията. При изчисляването на индекса на приближение се използва само средноаритметичната стойност на измерените (\bar{O}):

$$d = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (E_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^n (|\tilde{E}_i| - |\tilde{O}_i|)^2}, \quad (21)$$

където:

$$\tilde{E}_i = E_i - \bar{O}; \quad (22)$$

$$\tilde{O}_i = O_i - \bar{O}. \quad (23)$$

1.4.5. Отношение на изчислените спрямо измерените валежни количества за целия изследван период (W)

Този коефициент дава представа за това дали по оценявания интерполационен метод се получават по-високи или по-ниски от реалните стойности, получени чрез измерванията. Идеалният случай е W да бъде равен на 1.

2. Резултати и дискусия

На фиг. 1 са показани XY-диаграмите на измерените R_{Obs} и изчислените по различните методи за пространствена интерполация R_{Exp} валежни количества за Петрохан, от където се установява, че при всички приложени методи се получават за целия изследван период сумарно по-малко количество изчислени валежи от измерените на терен. Това вероятно се дължи на голямото количество на валежите на Петрохан, съпоставимо с това на значително по-високите върхове Мусала и Ботев. Най-близки до главния диагонал са стойностите, получени по MPR , което се дължи на адаптивната същност на модела.

В табл. 2 са показани резултатите от статистическата оценка на петте приложени модела за пространствена интерполация на валежните количества за района на Петрохан и данните от теренните измервания.

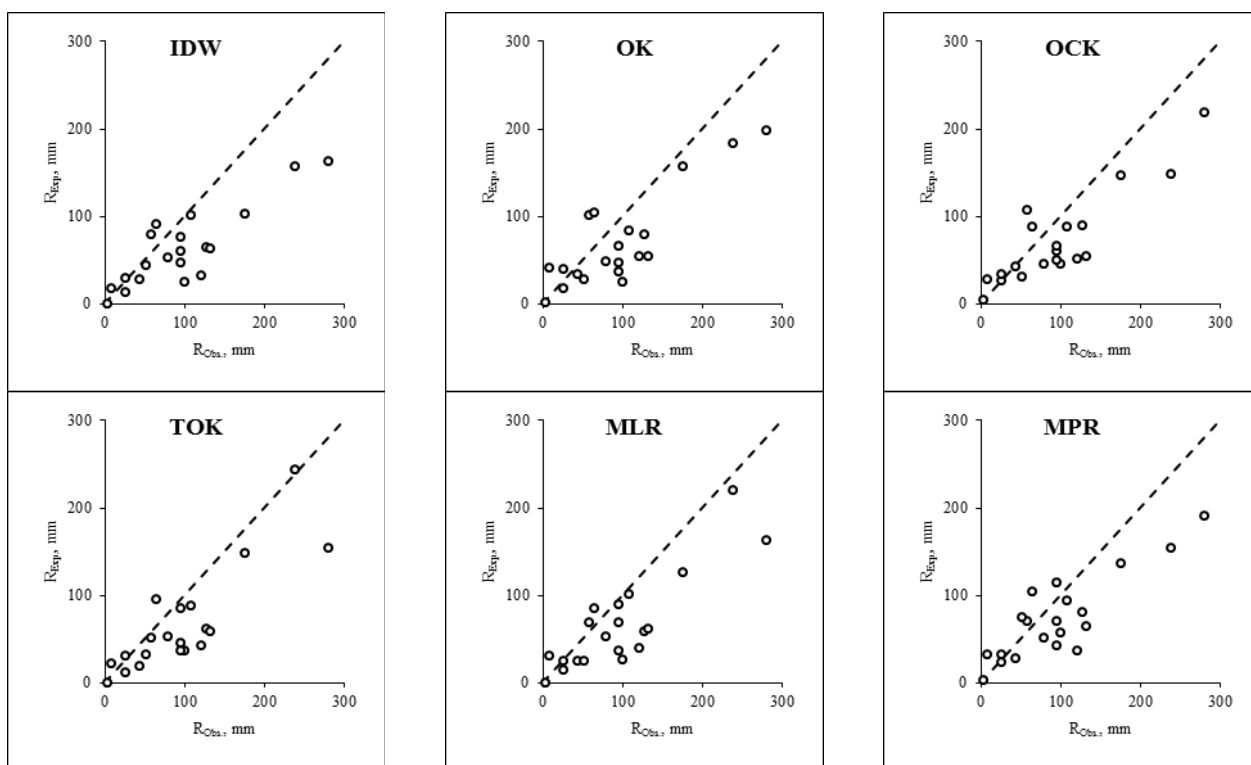
Фиг. 1. XY-диаграми на измерените R_{Obs} и изчислените R_{Exp} количества на валежите за Петрохан

Табл. 2. Оценка на точността на методите за пространствена интерполация

	IDW	OK	OCK	TOK	MLR	MPR
MAE	39,85	39,18	35,34	36,05	35,60	35,91
RMSE	51,75	45,75	43,15	47,80	47,38	44,77
RMSE _s	46,85	35,96	35,71	36,92	38,69	37,67
RMSE _U	21,99	28,29	24,23	30,35	27,35	24,20
R ²	0,738	0,715	0,767	0,717	0,732	0,730
RSS	53563	41864	37245	45687	44901	40096
d	0,806	0,864	0,874	0,862	0,857	0,855
W	0,653	0,731	0,744	0,688	0,690	0,763

От табл. 2 се вижда, че с най-добри показатели за точност е *Ordinary Co-Kriging*, което оправдава и предпочитанията на някои автори към този метод [2, 3, 6, 16]. Трудност при параметризирането на *OCK* може да възникне заради необходимостта от построяване на ковариансна матрица между независими променливи с различна дименсия [5]. Освен това при големи ковариансни матрици съществува опасността те да придобият характер на унимодуларна матрица (с детерминанта равна на нула), което да направи интерполацията невъзможна [21].

Въпреки трудностите, свързани с параметризирането на *OCK* и осигуряването на равномерна пространствена разпределеност източниците на данни, особено във височинен диапазон, кригинг интерполациите са с все по-широко приложение. Bohling [5] посочва, че почти всички интерполационни методи подценяват екстремно високите и надценяват екстремно ниските стой-

ности. При кригинг интерполациите теоретично е възможно изчислената стойност да излезе извън диапазона на стойностите за параметризиране на модела [13]. Това от своя страна води до опасността при неправилен избор на теоретичен вариограмен модел за получаване на ефекта „Bullseyes“ (локални екстремуми) или при клъстеризиране на източниците на данни да предизвика ефекта на опашката, когато след 5-та по отдалеченост точка тежестите λ , вместо да намаляват, се увеличават [7].

По-рядко прилаганият, но и по-лесен за параметризация метод *MPR* се доближава значително като точност до *OCK*. Освен това притежава основното качество на кригинг интерполациите – да не подценява екстремумите при интерполация. Друго предимство на *MPR* пред останалите методи е свързано с възможността за отчитане на влиянието на отделните независими променливи, без оглед на разликите в тех-

ните дименсии, тъй като при този метод не се търси разстояние между отделните обекти. Основният недостатък на многофакторната регресия (линейна или полиномна) е, че точността силно се влияе от броя на обектите за параметризация на модела. Те трябва да са повече от произведението на степента на регресията и броя на независимите променливи в многофакторния анализ.

Изводи и препоръки

След направената статистическа оценка на пригодността на различни методи за пространствена интерполация на климатични данни в планински регион могат да се направят следните изводи и препоръки:

1. Най-точен при оценката се оказва методът *ОСК*, но съществуват и редица ограничения и затруднения при прилагането му.
2. При наличие на достатъчно на брой източници за параметризиране на модела за предпочитане е използването на поудобния за параметризиране метод *MPR*.
3. Един от най-широко прилаганите методи за пространствена интерполация на климатични данни – *IDW* – не е подходящ за оценка на валежните количества в планински регион, защото в повечето случаи силно подценява екстремните стойности, а такива при валежите в планински условия не са рядкост.
4. Изборът на модел за пространствена интерполация трябва да става след статистическо сравнение на резултатите от няколко метода и анализ на причините за предимствата и недостатъците на всеки метод поотделно.

Литература

1. Ahrens, C. *Meteorology today: an introduction to weather, climate and the environment*. West, St. Paul [etc.]. 1982.
2. Apaydin, H., Anli, A., Ozturk, F. *Evaluation of topographical and geographical effects on some climatic parameters in the Central Anatolia Region of Turkey*. International Journal of Climatology. 31 (9). 2011. p. 1264-1279.
3. Azimi-Zonooz, A., Krajewski, W., Bowles, D., Seo, D. *Spatial rainfall estimation by linear and non-linear co-kriging of radar-rainfall and raingage data*. Stochastic Hydrology and Hydraulics. 3 (1). 1989. p. 51-67.
4. Biau, G., Zorita, E., von Storch, H., Wackernagel, H. *Estimation of Precipitation by Kriging in the EOF Space of the Sea Level Pressure Field*. Journal of Climate. 12 (4). 1999. p. 1070-1085.
5. Bohling, G. *Kriging*. Kansas Geological Survey C&PE. 940. 2005.
6. Costa, A., Soares, A. *Homogenization of Climate Data: Review and New Perspectives Using Geostatistics*. Mathematical Geosciences. 41 (3). 2009. p. 291-305.
7. Cressie, N., Wikle, C. *Statistics for spatio-temporal data*. Wiley. Oxford. 2011.
8. Daly, C., Neilson, R., Phillips, D. *A Statistical-Topographic Model for Mapping Climatological Precipitation over Mountainous Terrain*. Journal of Applied Meteorology. 33 (2). 1994. p. 140-158.
9. Dubois, D., Prade, H. *Fuzzy sets and systems: theory and applications*. Academic Press. New York [etc.]. 1980.
10. Haylock, M., Hofstra, N., Klein Tank, A., Klok, E., Jones, P., New, M. *A European daily high-resolution gridded data set of surface temperature and precipitation for 1950–2006*. Journal of Geophysical Research: Atmospheres. 113 (D20). 2008. p. 1-12.
11. Hevesi, J., Istok, J., Flint, A. *Precipitation Estimation in Mountainous Terrain Using Multivariate Geostatistics. Part I: Structural Analysis*. Journal of Applied Meteorology. 31 (7). 1992. p. 661-676.
12. Holdaway, M. *Spatial modeling and interpolation of monthly temperature using kriging*. Climate Research. 6 (3). 1996. p. 215-225.
13. Isaaks, E., Srivastava, R. *An Introduction to Applied Geostatistics*. Oxford University Press. 1989.
14. Johansson, B., Chen, D. *The influence of wind and topography on precipitation distribution in Sweden: statistical analysis and modelling*. International Journal of Climatology. 23 (12). 2003. p. 1523-1535.
15. Matheron, G. *Principles of geostatistics*, Economic Geology. 58 (8). 1963. p. 1246-1266.
16. Nalder, I., Wein, R. *Spatial interpolation of climatic Normals: test of a new method in the Canadian boreal forest*. Agricultural and Forest Meteorology. 92 (4). 1998. p. 211-225.
17. Price, D., McKenney, D., Nalder, I., Hutchinson, M., Kesteven, J. *A comparison of two statistical methods for spatial interpolation of Canadian monthly mean climate data*. Agricultural and Forest Meteorology. 101 (2–3). 2000. p. 81-94.
18. Renka, R. *Multivariate interpolation of large sets of scattered data*. ACM Trans. Math. Softw. 14 (2). 1988. p. 139-148.
19. Sergio, M., Saz-Sánchez, M., José, M. *Comparative analysis of interpolation methods in the middle Ebro Valley (Spain): application to annual precipitation and temperature*. Climate Research. 24 (2). 2003. p. 161-180.
20. Shepard, D. *A two-dimensional interpolation function for irregularly-spaced data*. Presented at Proceedings of the 1968 23rd ACM national conference. 1968.
21. Varga, R. *Matrix iterative analysis*. Springer. Berlin [etc.]. 2000.
22. Webster, R., Oliver, M. *Geostatistics for Environmental Scientists (Statistics in Practice)*. Wiley. 2001.
23. Willmott, C. *Some comments on the evaluation of model performance*. Bulletin of the American Meteorological Society. 63. 1982. p. 1309-1369.

24. Yavuz, H., Erdođan, S. *Spatial Analysis of Monthly and Annual Precipitation Trends in Turkey*. Water Resources Management. 26 (3). 2012. p. 609-621.
25. Zar, J. *Biostatistical analysis*. Pearson Education International. Upper Saddle River. NJ. 2010.
26. Върндев, Д. *Записки по Приложна статистика*. 1. Софийски университет „Св. Климент Охридски“. 2003.

STATISTICAL EVALUATION OF MODELS FOR SPATIAL INTERPOLATION IN DETERMINATION THE AMOUNTS OF PRECIPITATION IN A MOUNTAIN REGION

Svetoslav Anev, Sonya Damyanova, Toma Tonchev
University of Forestry, Sofia, Bulgaria

Abstract

Statistical evaluation of the accuracy of some spatial interpolation approaches for determination of precipitation (P) in a mountain region was performed. Experimentally observed precipitations ($P_{Obs.}$) are compared to calculated ($P_{Exp.}$) ones, using spatial interpolation models: inverse distance weighting (IDW), ordinary kriging (OK), ordinary co-kriging (OCK), trend ordinary kriging (TOK), multiple linear regression (MLR) and multiple polynomial regression (MPR). Data set used for models parameterization is obtained from nearest stations of world meteorological organization (WMO). For statistical evaluation were compared following characteristics: mean absolute error (MAE), root mean square error (systematic - $RMSE_s$ and unsystematic - $RMSE_u$), coefficient of determination (R^2), index of agreement (d), the sum of squared differences (RSS) and ratio of sum of $P_{Exp.}$ and sum of $P_{Obs.}$ (W).