Опционни стратегии

Росен Николаев, Мирослав Владимиров
Икономически университет -Варна

В публикацията се представя биномен подход за формиране на цената на орциите. Този метод е бил развит и приложен при оценката на опциите от полуамерикански тип. Също така е предложен технически метод за измерване и оценка на опциите.

Ключови думи: опции, европейски тип опции, полуамерикански тип опции, биномен подход
Key words: options; european type options ; half-american type of options; binomial approach

В инвестиционната теория и практика опция (option), се нарича договорът между две страни, съгласно който едното лице (издател на опцията-продавач), предоставя правото на друго лица (купувач), да закупи определен базов актив на определена цена, наричана още цена на упражняване на определена бъдеща дата или дати. Купувачът на опцията, който е и носител на правата, е длъжен да заплати цената на това право.

Началото на търговията със стандартизирани борсови контракти е поставено през 1973г когато Чикагската борса за опции (Chicago Board Option Excange) регистрира сделки с опции за купуване.

Двата основни класа опции са **кол (cool) и пут (put).** Кол опцията дава правото да се закупи определен базисен актив , а пут опцията дава правото да се продаде определен базисен актив.

Друг критерий, по който можем да разграничим опциите е времето през което те могат да бъдат упражнявани Американският тип опции могат да бъдат упражнени във всеки един момент до датата на падежа. Европейският тип опции могат да бъдат упражнявани само на последната дата на валидността на опцията. Разделянето на опциите на европейски и американски е лишено от географско съдържание, тъй като те се търгуват както на американските така и на европейските борсови пазари.

Базовите активи, върху които се издават (подписват) опциите могат да бъдат- стоки, акции, облигации, лихвени проценти, валути, борсови индекси и различни фючърсни контракти. Най-голям е обемът на търговията със лихвени опции, поради факта, че те са едно от най-ефективните средства за управлението на лихвения риск.

Възможно е обаче, инвеститорите да не могат да намерят сред борсово котираните опции, такива със нужните им на тях параметри-срок на валидност, цена на упражняване или падеж. Това води до появата на т.н.екзотични опции. Полуамериканските, или наричани още бермудски тип опции се различават от останалите по това , че те имат няколко точно определени дати на упражняване преди падежа на опцията.

Съществуват два подхода за определяне на цената на европейския тип опции: Блек-Шолс и Биномен подход [1]. Целта на настоящата работа е да определим какъв е риска при определянето на цената на опцията в базовия момент.

Ще изходим от концепцията за определяне на цената на европейския тип опции чрез използване на биномния подход [2] .

1.Биномен подход за ценообразуване на европейски кол- опции.

За да определим цената на опцията можем да използваме същия подход, както и при определянето на цените и на другите производни инструменти, а именно концепцията за безрисковият хеджинг, като първо ще въведем следните означения:

S_b-базисна цена на акцията.
r-безрисков лихвен процент.
u-коефициент на повишение на цената.
d-коефициент на понижение на цената.
C-цена на опцията.
C_u-горна цена на опцията.
C_d-долна цена на опцията.
Sr- цена на упражняване на опцията.
p- вероятността цената на акцията да се повиши.
n- брой на подпериодите до падежа на европейска опция.

Ще уточним че, $u < 1+r$, $0 < d < 1$ и $0 \le p \le 1$

Освен това нека:

(1) $$1+r=q$$

(2) $$\frac{up}{q}=p^{/}$$ и

L е най-малкото цяло положително число, $(L \le n)$ при което

(3) $$\max\left[u^L d^{n-L} S_b - S_r, 0\right] \ne 0 \,,$$

където $u^i d^{n-i} S_b$ е цената на акцията на падежа , ако - пъти се е повишавала и пъти се е понижавала.

За цената на европейска кол-опция по биномния подход [1] се получава:

(4) $C = S_{\delta} B(k \geq L \backslash n, p') - S_{\gamma} q^{-n} B(k \geq L \backslash n, p)$ [2]

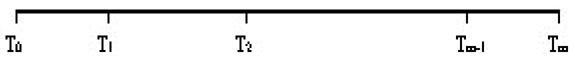
Тук с $B(k \geq L \backslash n, p)$ е означена сумата

(5) $\sum_{k=L}^{n} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

2. Приложение на биномния подход за оценка на полуамерикански опции.

Полуамериканската кол-опция може да бъде упражнена на няколко предварително определени дати до падежа, за разлика от европейската , която може да се упражни единствено на датата на падежа. Може да се разглеждат два варианта , когато интервалите от време между датите за упражняване са различни или еднакви.

Тук по-общо , ще бъде разгледан варианта когато интервалите от време между отделните възможни дати на упражняване на опцията се различни.



Всеки от интервалите се разделя на $n_1, n_2 \ldots\ldots\ldots \ldots n_m$, съответно подпериода. Когато интервалите от време между датите за упражняване са еднакви то $n_1 = n_2 = \ldots\ldots\ldots\ n_m$ и представлява частен случай на първия вариант.

Първо ще бъде разгледан случая при две дати за упражняване на правата върху опцията. Нека с T_1и T_2 да бъдат означени датите за упражняване на кол-опцията и нека базисният момент да приемем за T_0. Нека освен това $T_1 - T_0 \neq T_2 - T_1$. Интервалите от време $[T_0, T_1]$ и $[T_1, T_2]$ са разделени съответно на n_1 и n_2 подпериода. Ще разгледаме европейска кол-опция с две дати на падеж в моментите T_1и T_2 . След като се приложи биномния подход за всеки един от вариантите, за цената на европейска кол-опция по формула (4) се получава:

(6) $C_1 = S_{\delta} B(k \geq L_1 \backslash n_1, p') - S_{\gamma} q^{-n_1}\ B(k \geq L_1 \backslash n_1, p)$

$C_2 = S_{\delta} B(k \geq L_2 \backslash n_1 + n_2, p') - S_{\gamma} q^{-n_2 - n_1} B(k \geq L_2 \backslash n_1 + n_2, p)$

където: L_1и L_2 и $(L_1 \leq n_1, L_2 \leq n_1 + n_2)$ са най-малките цели положителни числа , при които съответно:

$\max\left[u^{L_1} * d^{n_1 - L_1} S_{\delta} - S_{\gamma}, 0\right] \neq 0$

и $\max\left[u^{L_2} * d^{n_1 + n_2 - L_2} S_{\delta} - S_{\gamma}, 0\right] \neq 0$

Въпросът който възниква е : Каква все пак да бъде цената на полуамериканската кол-опция с възможности за падеж в моментите T_1 и T_2.

Сега ще бъдат разгледани възможностите да се осъществи сделката в момента T_1 . Кол-опцията ще бъде упражнена ако тя приключи “in tne money” т.е. с положителна вътрешно присъща стойност.

(7) $u^k d^{n_1 - k} S_{\delta} - S_{\gamma} - C_1 (1 + r)^{n_1} > 0; k = \overline{0, n_1};$

Нека с k_1^* означим най-малката стойност на k, при която (7) е изпълнено. Тогава вероятността да се осъществи сделката е :

$p_1' = \frac{n_1 - k_1^* + 1}{n_1 + 1}$ и да не се осъществи вероятността е $\overline{p_1'} = \frac{k_1^*}{n_1 + 1}$

Кол-опцията ще бъде упражнена в момента T_2, ако

(8) $u^k d^{n_1 + n_2 - k} S_{\delta} - S_{\gamma} > 0; k = \overline{0, n_1 + n_2}$

Решението на инвеститора за упражняване на опцията на последната възможна дата на падеж е малко по-различно. Тук вече не е необходимо опцията да приключи със положителна вътрешно присъща стойност, а е достатъчно малко по-ниска от пазарната цена, за да може инвеститорът да възстанови поне част от разходите за покупката на опцията.

Нека с k_2^* е означено най-малкото k, при което (8) е в сила.Тогава вероятността да се осъществи сделката в крайния възможен момент е $\frac{(n_1 + n_2) - k_2^* + 1}{(n_1 + n_2) + 1} = p_2'$ и да не се осъществи вероятността е : $\frac{k_2^*}{(n_1 + n_2) + 1} = \overline{p_2'}$.

Ако разгледаме комплексно шансовете за упражняване на опцията в момента T_1 или T_2, то вероятността да се упражни в момента T_1е $\frac{p_1'}{p_1' + p_2'} = p_1''$ а да се упражни в момента T_2 вероятността е $\frac{p_2'}{p_1' + p_2'} = p_2'' = 1 - p_1''$.

Тогава целесъобразно е ценообразуването на полуамериканската кол-опция да стане по формулата:

(9) $C = p_1'' C_1 + p_2'' C_2$ или

(10) $C = p_1'' C_1 + (1 - p_1'') C_2$

Този подход може да се приложи и при

$m(m > 2)$ възможни падежи. Нека началният момент е T_0 а $T_1 < T_2 < \ldots\ldots\ldots\ldots < T_m$ са моментите на упражняване на правата върху кол-опцията. Всеки интервал от време $[T_{i-1}, T_i], (i = \overline{1,m})$ се разделя съответно на n_i подпериода. Разглежда се европейска кол-опция с m възможни варианта на падеж-съответно в моментите $T_1, T_2, \ldots\ldots\ldots T_m$.

Цената на тази кол-опция при варианта $i(\overline{i = 1,m})$,следвайки (6) приема вида:

$$(11)\quad C_i = S_b B\left(k \geq L_i \setminus \sum_{j=1}^{i} n_j, p'\right) - S_r q^{-\sum n_j} B\left(k \geq L_i \setminus \sum_{j=1}^{i} n_j, p\right)$$

където: $L_i\left(L_i \leq \sum_{j=1}^{i} n_j\right)$ е най-малкото цяло положително число, при което :

$$(12)\quad \max\left[u^{L_i} d^{\sum_{j=1}^{i} n_j - L_i} S_b - S_r, 0\right] \neq 0, i = \overline{1,m}$$

Европейската кол-опция ще бъде упражнена в момента $T_i(i = \overline{1,m-1})$ ако:

$$(13)\quad u^{k_i} d^{\sum n_j - k_i} S_b - S_r - C_i (1+r)^{\sum n_j} > 0, i = \overline{1,m-1}, k_i = \overline{0, \sum_{j=1}^{i} n_j}$$

и в момента T_m , ако

$$(14)\quad u^k d^{\sum_{j=1}^{m} n_j} S_b - S_r > 0, k = \overline{0, \sum_{j=1}^{m} n_j}$$

Нека k_i^*, $i = \overline{1, m-1}$ е най-малкото *k*, при което (13) е изпълнено а k_m^* е най-малката стойност на *k* при която (14) е изпълнено. Тогава вероятността правото върху опцията да бъде упражнено в момента $T_i(i = \overline{1,m})$ е:

$$\frac{\sum_{j=1}^{i} n_j - k_i^* + 1}{\sum_{j=1}^{i} n_j + 1} = p_i', i = \overline{1,m}$$

Ако се отчете и зависимостта между отделните моменти $T_i(i = \overline{1,m})$, то тогава вероятността, сделката да се осъществи в момента $T_j(j = \overline{1,m})$ е

$$\frac{p_j'}{\sum_{s=1}^{m} p_s'} = p_j'' j = \overline{1,m}$$

Тогава цената на полуамериканската кол-опция може да се получи по формулата :

$$(15)\quad C = \sum_{i=1}^{m} p_i'' C_i$$

Следващият въпрос, на който трябва да се даде отговор е как да се определи рисковаността на така определената цена на полуамериканската опция. Основният измерител на риска, който се използва в инвестиционната практика е стандартното отклонение. В случая очакваното отклонение от ще бъде:

$$(16)\quad \Delta C = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} p_i''(C_i - C)^2}$$

т.е. реалната цена на полуамериканската опция е най-вероятно да бъде в интервала $[C - \Delta C, C + \Delta C]$.

Колкото по –широк е този интервал , толкова е по-рискова така определената цена на опцията.

Литература

1. Галиц,Л.,Финансов инженеринг.Делфин Прес1994г.
2. Йорданов.Й., Финансови инвестиции. Варна 2001г.

OPTIONAL STRATEGIES

Rosen Nikolaev, Miroslav Vladimirov
Economic university – Varna

SUMMARY

This article presents the binomial approach to the price formation of options. This approach has been additionally developed and applied when assessing the half-american type of options. Also, a techique methods for measurement and evaluation of the optin's is suggested.